CH11 Calcul littéral : Développer, factoriser. (livre p.86)

Je vais apprendre à:
- Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques (socle 6)
- Utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour développer et factoriser.
- Réduire une expression littérale, supprimer des parenthèses.
- Développer une expression de la forme (a+b)(c+d)

I. Réduire.

Méthode :
1/ On <u>regroupe</u> les termes « en x^2 », puis ceux « en x », puis les constantes* (attention à ne pas perdre en route le signe de chacun).
2/ On <u>calcule</u> le total de <u>chacun</u> en utilisant la règle d'addition et de soustraction des nombres relatifs (« je perds, je gagne ») : on obtient un seul terme en x, un seul terme en x^2, et une seule constante.

*constantes : nombres « normaux », sans x ni x^2.

<u>Attention !</u> Si vous avez par exemple l'expression $2y^2 + 3 - \mathbf{5y}$, vous ne pouvez pas séparer les y ou les y^2 du nombre qui est « collé à eux » ; par exemple, vous ne pouvez pas prendre seulement le 5 de « 5y » pour faire « 3 - 5 ». En effet, si on écrit toutes les multiplications qui ne sont pas écrites, on a :
$2y^2 + 3 - \mathbf{5y} = 2\times y\times y + \mathbf{3 + 5}\times y$. Si on effectue l'opération « 3+ 5 », c'est **faux** car la multiplication **5×y est prioritaire** sur l'addition 3 + 5. Donc on ne pourra effectuer 3 + 5 qu'<u>après</u> avoir calculé 5×y. Or on ne peut pas calculer 5×y, puisqu'on ne sait pas combien vaut y. Donc on ne peut pas calculer 3 + 5.

<u>Remarque 1</u> : **1x = x ; - 1x = - x.**

<u>Exemple</u> :

$2x^2 - x + 3x - 5 - x^2 + 6 - 7x$ $= \underbrace{2x^2 - x^2}_{\text{termes en } x^2} \quad \underbrace{- x + 3x - 7x}_{\text{termes en } x} \quad \underbrace{- 5 + 6}_{\text{constantes}}$ $= \quad x^2 \qquad - 5x \qquad + 1$	**1**/ On <u>regroupe</u> les termes par type (x^2, x, constantes). **2**/ On calcule chaque groupe de termes : > Les termes en x^2 : $2x^2 - x^2 = \mathbf{2}x^2 \mathbf{- 1}x^2 = 1x^2 = x^2$ (car 2 – 1 = 1) > Les termes en x : $- x + 3x - 7x = \mathbf{- 1}x + \mathbf{3}x \mathbf{- 7}x = - 5x$ (car –1+3–7 = – 5) > Les termes constants : – 5 + 6 = + 1 D'où le résultat.

II. Développer.

Propriété 1 : Attention : les signes « × » ne sont pas écrits (Voir Chapitre 1).
k(a+b) = ka + kb.
k(a-b) = ka - kb.
(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd. (en utilisant pour les signes le "produit de deux nombres relatifs").

forme factorisée   forme développée

Attention! Ne pas oublier que « des x » multipliés par « des x » donnent « des x^2 » (on oublie souvent le carré).

Exemple 1 : $(5x-3)(-2x-6)$ $=-(5x\times 2x)-(5x\times 6)+(3\times 2x)+(3\times 6)$ $=\underbrace{-10x^2}\underbrace{-30x+6x}\underbrace{+18}$ $=-10x^2 \quad -24x \quad +18$	-On suit les flèches, conformément à la formule de la Pté1. -On regarde le signe du résultat : même signe → +, signe différent → - . -On effectue la multiplication entre les nombres, et on regarde s'il s'agira de « x », de « x^2 » ou de constantes (nombres « seuls »). - On classe : les x^2, puis les x et enfin les constantes - On fait le total de chaque « famille » grâce à la règle « je perds je gagne ».

Quand on a fini de développer, on réduit l'expression obtenue.

Exemple 2 (niveau cinquième):

2y(y+1)

= 2y × (y+1)
= 2y×y + 2y×1
= $2y^2$ + 2y.

III. Factoriser .

Il s'agit de l'opération inverse du développement. On écrit les multiplications nécessaires (écrire les carrés nécessaires), puis l'on fait apparaître un facteur commun à tous les produits.

Exemples :

$(5x-3)^2-(2x+4)(5x-3)$ $=\underline{(5x-3)}(5x-3)-(2x+4)\underline{(5x-3)}$ $=\underline{(5x-3)}\left[(5x-3)-(2x+4)\right]$ $=(5x-3)[5x-3-2x-4]$ $=(5x-3)[+5x-2x-3-4]$ $=(5x-3)[+3x-7]$ $=(5x-3)(3x-7)$	-On « écrit le carré» -on souligne le facteur commun -on le met « devant », puis on ouvre un crochet -Dans ce crochet, on met « tout ce qui n'est pas souligné » -dans le crochet, on « enlève les parenthèses », en changeant ou pas le signe des nombres, voir CH01. -Dans le crochet, on réduit en calculant le « total des x » et le « total des constantes » grâce à la règle « je perds je gagne ».

Parfois, il faut écrire les multiplications de façon astucieuse, afin de faire apparaître le facteur commun.

$3x^2-9x=3x\times x-3x\times 9=3x(x-9)$